كلية العلوم — قسم الرياضيات

أسئلة امتحان مقرر المنطق الرياضي لطلاب السنة الرابعة (تحليل رياضي + جبر)

المدة: ساعة ونصف — الفصل الثاني للعام

2017- 2016

السؤال الأول: (25 درجة)

1- عرّف شبكة بول، جبر بول، وارسم مخطط هاس للشبكة $(D(42),\leq,\vee,\wedge)$ ومن ثم بيّن فيما إذا كانت هذه الشبكة متممة أم لا؟

2- ليكن $(B,+,\bullet,')$ جبراً بوليانيا، عندئذ اثبت صحة ما يلي:

$$(a'+b)c+b'=(a'+b'+c)(a+b'+c)$$

السؤال الثاني (30 درجة):

1- لتكن $(S,\leq,\vee,\wedge)$ شبكة عناصرها تحقق الشرط التالي: $x\wedge z=y\wedge z; x\vee z=y\vee z\Rightarrow x=y$، عندها اثبت أن $(S,\leq,\vee,\wedge)$ هي شبكة مودولية.

2- عرّف الايزومورفيزم الترتيبي، ليكن f تابعاً متبايناً وغامراً من الشبكة $(M,\leq,\vee,\wedge)$ في الشبكة $(N,\leq,\vee,\wedge)$ ولنفرض أن f هو ايزومورفيزم ترتيبي للمجموعة $(M,\leq)$ في المجموعة $(N,\leq)$، والمطلوب: اثبت أن f هو ايزومورفيزم شبكي.

السؤال الثالث: (15 درجة):

بيّن باستخدام جدول صواب الفرضيات والنتيجة فيما إذا كانت المحاكمة المنطقية التالية صحيحة أم لا مع الإشارة إلى الأسطر الحرجة في هذا الجدول:

$$\begin{array}{l} p\to q \\ \sim p\to r \\ r\to\sim s \\ \underline{\sim q\to s} \\ q \end{array}$$

السؤال الرابع (30 درجة):

لتكن لدينا الدالة البوليانية:

$$f(x,y,z,w)=x'yz+x'yz'w+x'y'zw+x'y'z'w+xyzw+xyz'w+xy'zw+xy'z'w$$

والمطلوب:

1- اذا علمت أن الصيغة الاصغرية للدالة السابقة هي $MSP(f)=w+x'yz$، أوجد باستخدام مخططات كارنو $MPS(f)$ للدالة البوليانية f.

2- صمّم دارة فصل ووصل اصغرية قيمتها المخرجة الدالة السابقة f.

3- صمّم دارة نفي عطف (وصل) أصغرية قيمتها المخرجة الدالة f.

مع أطيب أمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح — مدرس المقرر: أ. د. عبد الباسط الخطيب

Scanned by CamScanner

كلية العلوم
قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر المنطق الرياضي لطلاب
السنة الرابعة رياضيات (تحليل + جبر).
الفصل الثاني للعام الدراسي 2016-2017.

ع 1 (25 درجة) 15 أ - تعريف شبكة بول (3) - جبر بول (3)

مخطط هاس للشبكة $D(42)$ هو:

$D(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$ (4)

وهذه الشبكة هي شبكة متممة لأن كل عنصر فيها متمم وحيد وهو: $m' = \frac{42}{m}$ كما أن العدد $42 = 2.3.7$ ولا يقبل القسمة على مربع عدد أولي. وإن المتممات هي:

$1' = 42,\ 2' = \frac{42}{2} = 21,\ 3' = \frac{42}{3} = 14$

$6' = \frac{42}{6} = 7,\ 7' = 6,\ 14' = 3,\ 21' = 2,\ 42' = 1$

وبالتالي فهي شبكة متممة.

(5)

2 - لدينا: 10

$p_1 = (a' + b)c + b' = a'c + bc + b'$
$= c + b'$ (4)

$p_2 = (a' + b' + c)(a + b' + c) = aa' + a'b' + a'c + b'a + \ldots$
$+ b'c + ca + cb' + c = b' + c + b'c = b' + c$ (6)

ومنه $p_1 = p_2$ والمساواة صحيحة في جبر بول.

ع (30 درجة) 1 - لتكن x, y, z ثلاثة عناصر من الشبكة $(S, \leq, \vee, \wedge)$ ولنفرض $x \leq z$ 15 ولنفرض أيضاً: $b = (x \vee y) \wedge z$، $a = x \vee (y \wedge z)$ ، سنبرهن أولاً أن $a \leq b$:

$a = x \vee (y \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge (x \vee z) = (x \vee y) \wedge z = b$ (5)

كما أن:

$a \wedge y = [x \vee (y \wedge z)] \wedge y \geq [x \vee (y \wedge z) \wedge (y \wedge z)] = y \wedge z$

$b \wedge y = [(x \vee y) \wedge z] \wedge y = y \wedge z$ حسب خاصية الامتصاص . (5)

وبالتالي فإن: $b \wedge y \leq a \wedge y$

وبما أن: $a \leq b \Rightarrow a \wedge y \leq b \wedge y$

$\Rightarrow a \wedge y = b \wedge y$ ------(1)

وكذلك نجد: $a \vee y = [x \vee (y \wedge z)] \vee y = x \vee y$

$b \vee y = [(x \vee y) \wedge z] \vee y \leq [(x \vee y) \wedge z] \vee (x \vee y) = x \vee y$ (5)

وبالتالي فإن: $b \vee y \leq a \vee y$

وبما أن: $a \leq b \Rightarrow a \vee y \leq b \vee y$

$\Rightarrow a \vee y = b \vee y$ ------(2)

ومن (1) و (2) وحسب الفرض ينتج أنه $a = b$ إذاً الشبكة موديولية .

2 - عرّف الإيزومورفيزم الترتيبي (3) [15]

- لنفرض أن f إيزومورفيزم ترتيبي للشبكة $(M, \leq)$ في الشبكة $(N, \leq)$ والمطلوب أن نثبت أن f هومومورفيزم شبكي ترتيبي . والعكس ؟

$x, y, z \in (M, \leq)$ عناصر اختيارية وبما أن: $x \leq x \vee y$, $y \leq x \vee y$

فإن: $f(x) \leq f(x \vee y)$, $f(y) \leq f(x \vee y)$

وبالتالي فإن: $f(x) \vee f(y) \leq f(x \vee y)$ ---(1) (6)

وبما أن: $f(x) \leq f(x) \vee f(y)$ و $f(y) \leq f(x) \vee f(y)$

فيكون: $x \leq f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$ و $y \leq f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$

وبالتالي فإن: $x \vee y \leq f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$ ومنه :

$f(x \vee y) \leq f(x) \vee f(y)$ ....(2) (6)

ومن العلاقتين (1) و (2) ينتج المساواة .

بنفس الطريقة كما تم نثبت أن $f(x\wedge y)=f(x)\wedge f(y)$

ملاحظة: (يكتفى بإحدى الدالتين) .

(15 درجة) : لدينا المحاكمة المنطقية التالية :

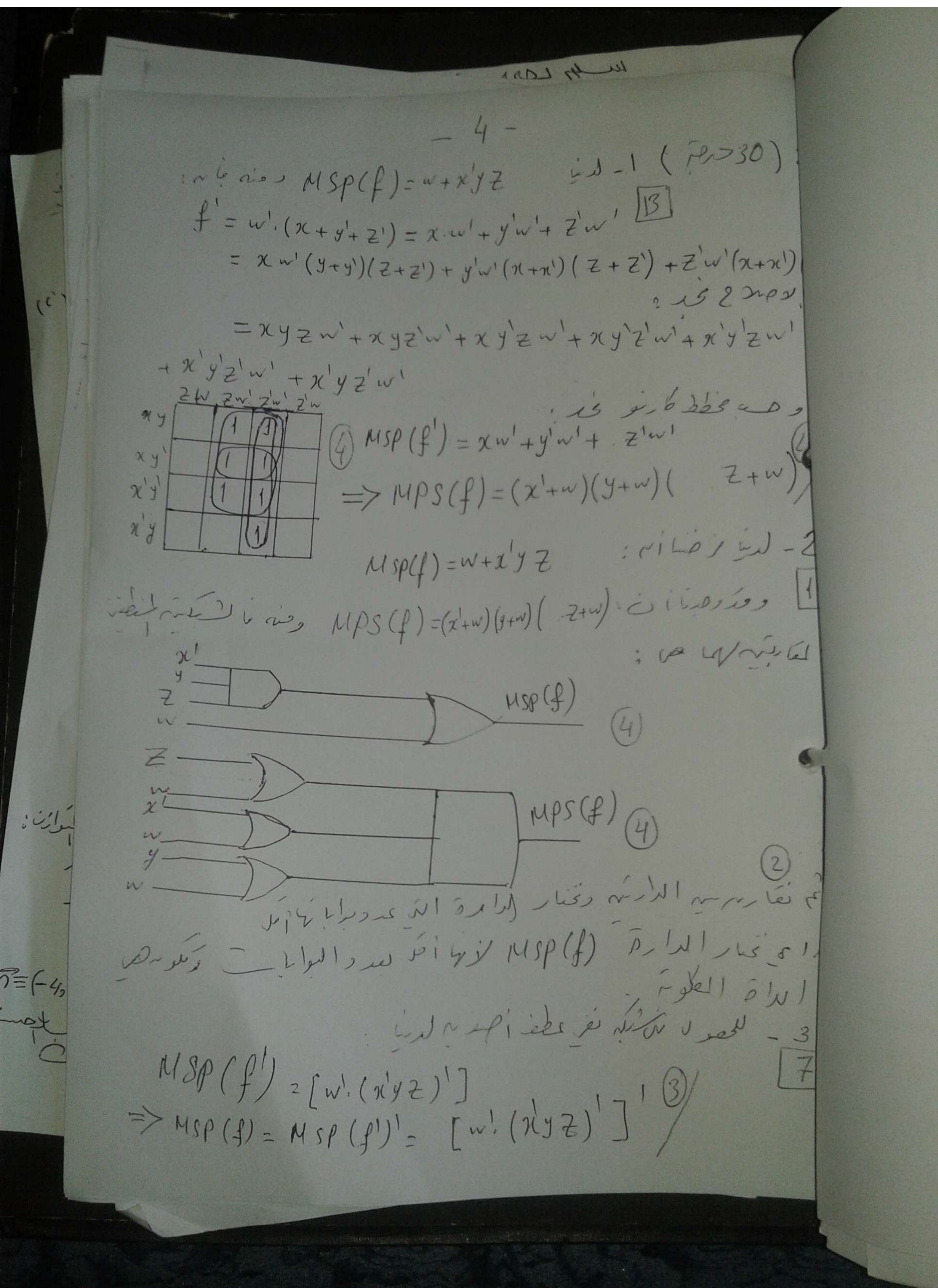
$$(p\to q)\wedge(\sim p\to r)\wedge(r\to\sim s)\wedge(\sim q\to s)\Rightarrow q$$

(10)

نضع الجدول الموضح :

p	q	r	s	① $p\to q$	② $\sim p\to r$	③ $r\to\sim s$	④ $\sim q\to s$	المعطيات ①∧②∧③∧④	النتيجة q
1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1 حرج	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1 حرج	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1 حرج	1
1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1 حرج	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0

أسطر الحرجة هي الثاني و الثالث الرابع و العاشر و بما أنه في جميع هذه أسطر الحرجة المعطيات الفرضيات صحيحة تكون النتيجة صحيحة فإن المحاكمة المنطقية تكون صحيحة .



- 4 -

(30 درجة) 1- لدينا $MSP(f) = w + x'yz$ ومنه فإن: [13]

$$f' = w'.(x+y'+z') = x.w' + y'w' + z'w'$$

$$= xw'(y+y')(z+z') + y'w'(x+x')(z+z') + z'w'(x+x')(y+y')$$

نجد:

$$= xyzw' + xyz'w' + xy'zw' + xy'z'w' + x'y'zw' + x'y'z'w' + x'yz'w'$$

ومن مخطط كارنو نجد:

	zw	zw'	z'w'	z'w
xy		1	1	
xy'		1	1	
x'y'		1	1	
x'y			1	

(4) $MSP(f') = xw' + y'w' + z'w'$

$$\Rightarrow MPS(f) = (x'+w)(y+w)(z+w)$$

2- لدينا أيضاً: $MSP(f) = w + x'yz$ [1]

ووجدنا أن: $MPS(f) = (x'+w)(y+w)(z+w)$ ومنه فإن الشكلين المنطقيين المقابلين لهما هو:

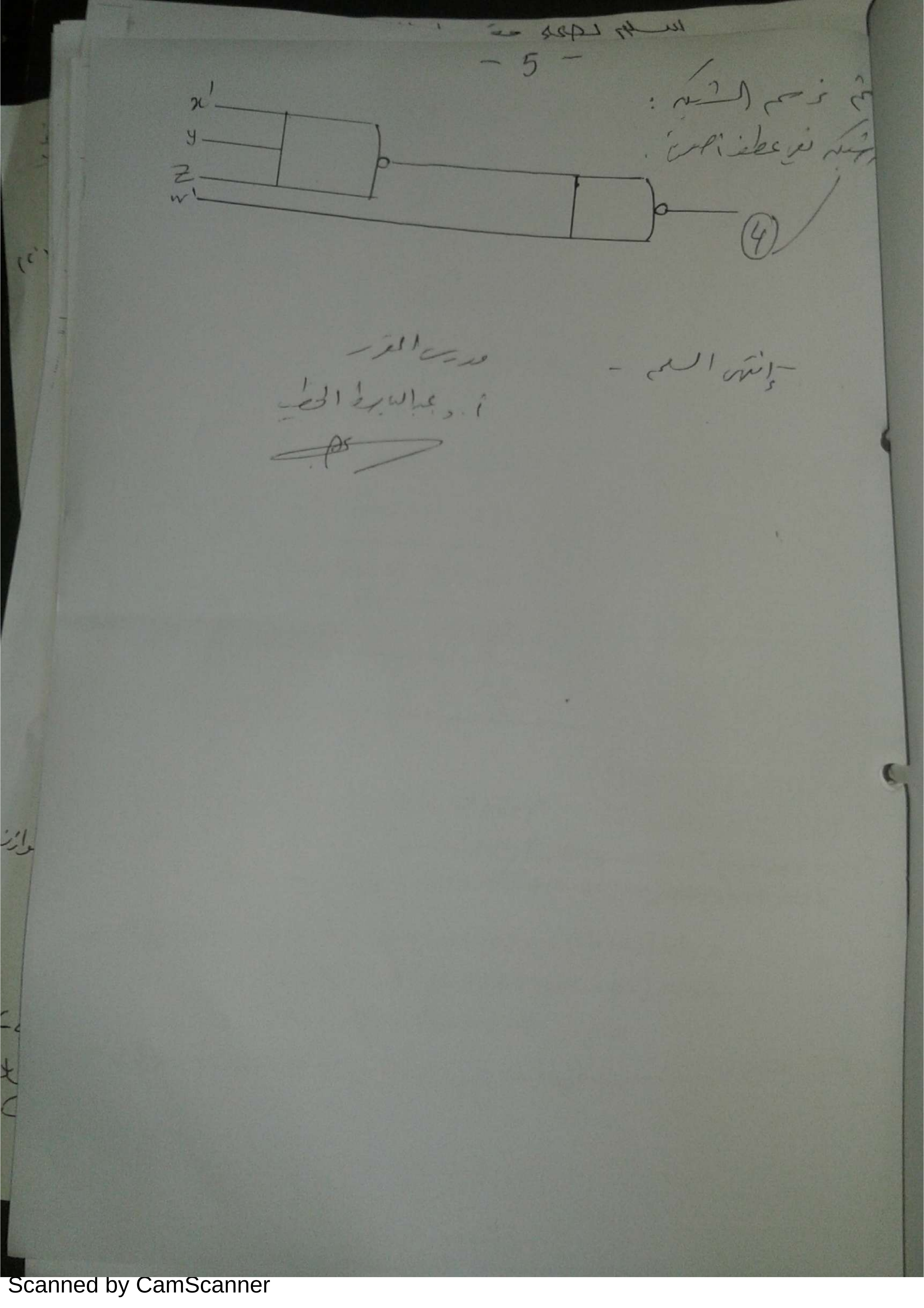
(2) ثم نقارن بين الدارتين ونختار الدارة التي عدد بواباتها أقل

أي نختار الدارة $MSP(f)$ لأنها أقل لعدد البوابات وتكون هي الدارة المطلوبة

3- للحصول على شكله نفرض عكس أجب من لدينا [7]

$$MSP(f') = [w'.(x'yz)']$$ (3)

$$\Rightarrow MSP(f) = MSP(f')' = [w'.(x'yz)']'$$



ثم نرسم الشبكة :

الشبكة نفي عطف الصيغ .

- انتهى السلم -

مدرس المقرر

أ.د عبد الله الخطيب